

# 稳恒磁场小结

## 一、基本概念

1、磁感应强度  $\mathbf{B}$  描写磁场大小和方向的物理量

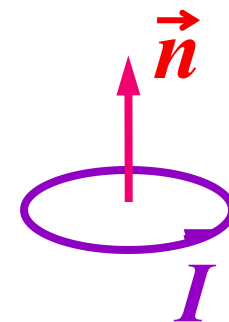
2、磁通量  $\Phi_m$ ：穿过某一曲面的磁力线根数。

定义：  $\phi_m = \iint_s \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{S}} = \iint_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \cdot \cos \theta$  单位：韦伯，  $\text{Wb}$

3、磁矩  $\mathbf{m}$ ：描写线圈性质的物理量。

定义：  $\vec{P}_m = NI\vec{S} = NIS \hat{\mathbf{n}}$  单位：安培·米<sup>2</sup>

方向：与电流满足右手定则。



## 二、磁感应强度B的计算

### 1 利用毕萨定律求B

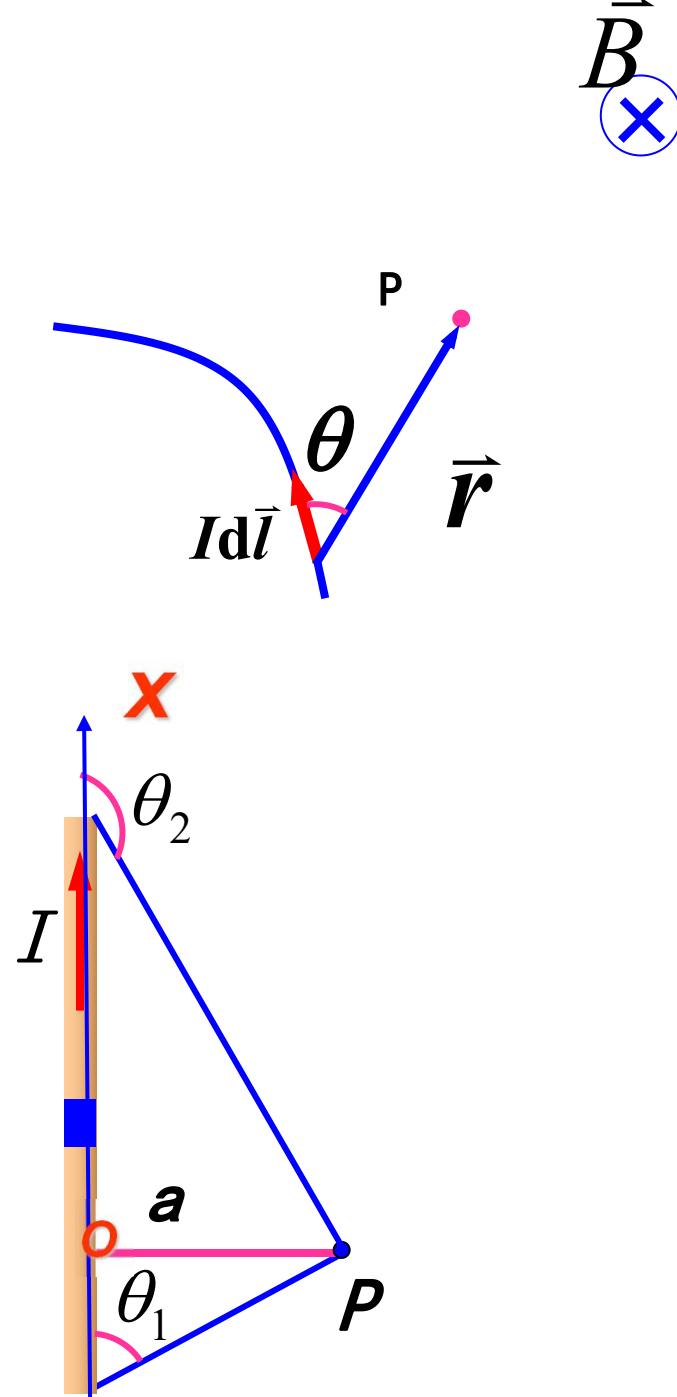
#### 1) 载流直导线的磁场

##### 无限长直导线的磁场

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$



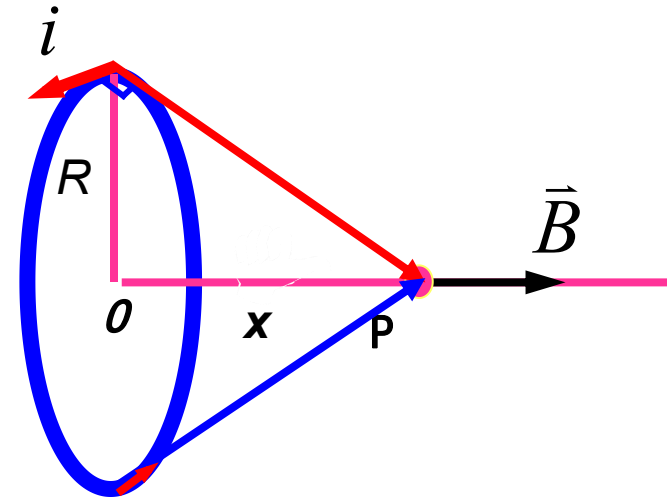
## 二、磁感应强度B的计算

### 1 利用毕萨定律求B

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

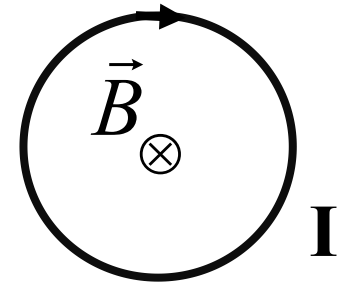
### 2) 圆电流轴线上的磁场

$$B = \frac{\mu_0}{2} \frac{I R^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}}$$



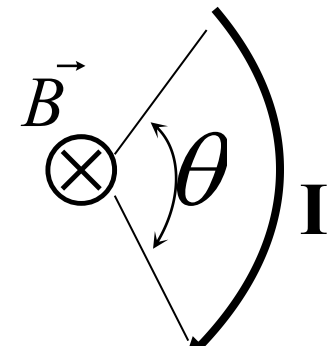
在圆电流圆心处:

$$B = \frac{\mu_0}{2} \frac{I}{R}$$



在圆弧电流圆心处:

$$B = \frac{\mu_0}{2} \frac{I}{R} \frac{\theta}{2\pi}$$



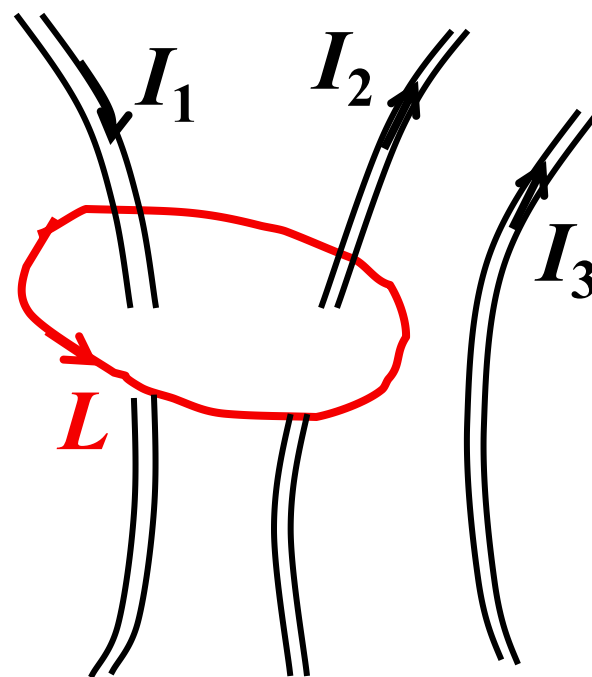
## 2 利用真空安培环路定理计算磁场 $\mathcal{B}$

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I$$

各电流的正、负：

$I$ 与 $L$ 呈右手螺旋时为正值；反之为负值。 $\sum I_i = I_2 - I_1$

应用：分析磁场对称性；选定适当的安培环路。



## 2 利用安培环路定理计算磁场 $\mathcal{B}$

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I$$

1) 、密绕长直螺线管内部  $B = \mu_0 n I$

2) 螺绕环内部  $B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$

3) 圆柱载流导体内部  $r < R$  区域  $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r$

圆柱载流导体外一点  $r > R$  区域  $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

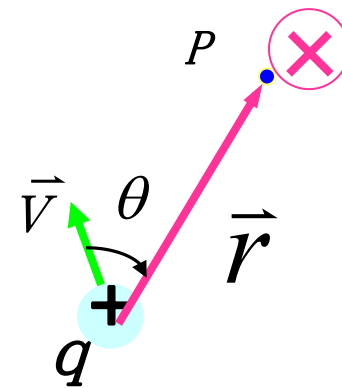
4) 圆柱面载流导体内部  $r < R$  区域  $B = 0$

圆柱载流导体外一点  $r > R$  区域  $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

### 3 运动电荷的磁场

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q \vec{v} \times \hat{r}}{r^2}$$

大小  $B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q v \sin \theta}{r^2}$



### 三、两个重要定理

#### 1、磁场中的高斯定理

$$\Phi_m = \oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

- (1) 磁场是“无源场”。
- (2) 磁力线是的闭合曲线。

#### 2、磁场中的环路定理

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I$$

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I_c$$

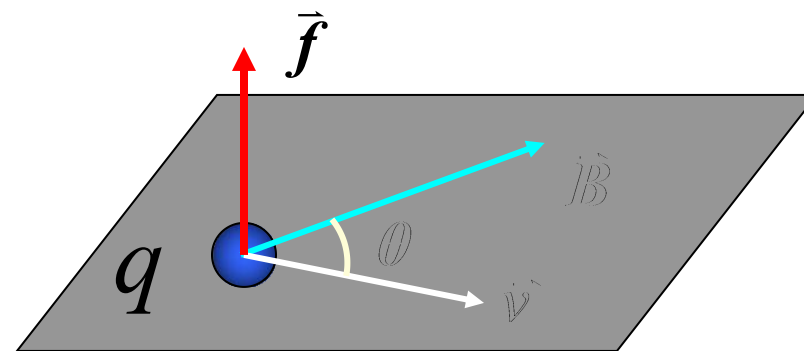
$$\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$$

- (1) 磁场是“涡旋场”。
- (2) 磁场不是“保守场”。

## 四、磁力的计算

### 1、洛仑兹力

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$$



## 2 带电粒子在磁场中的运动:

(1) 若  $\vec{v} \parallel \vec{B}$ ,  $F = 0$ ,

匀速直线运动。

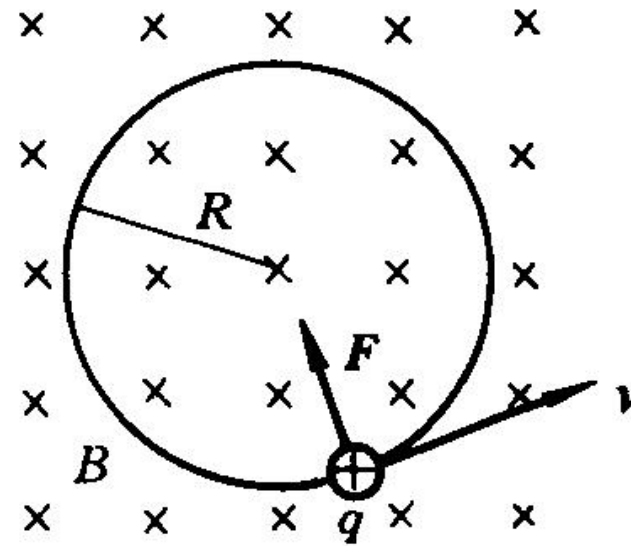
(2) 若  $\vec{v} \perp \vec{B}$ ,  $F = q v B$ ,

匀速率圆周运动。

$$R = \frac{m v}{q B}$$

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{q B}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{q B}{2\pi m}$$



**$T$ 、 $f$  与  $R$  和  $v$  无关!**

(3) 若  $\vec{v}$  与  $\vec{B}$  夹角  $\theta$ ,

$$\begin{cases} v_{//} = v \cos \theta \\ v_{\perp} = v \sin \theta \end{cases}$$

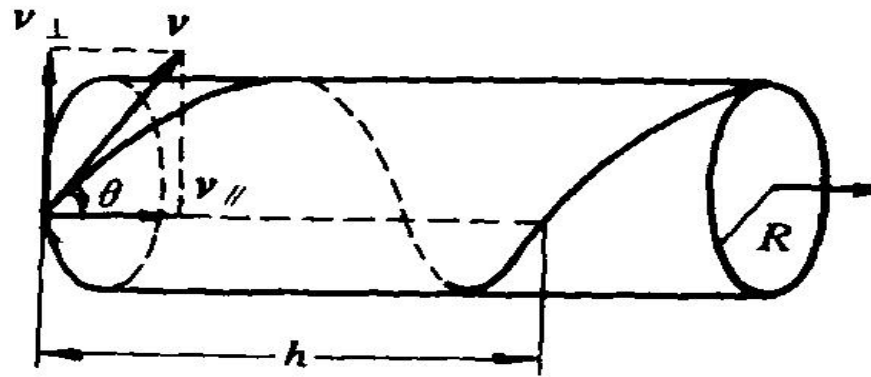
粒子沿螺旋线运动!

螺距:

$$h = v_{//} T = \frac{2\pi m v \cos \theta}{qB}$$

回旋半径:

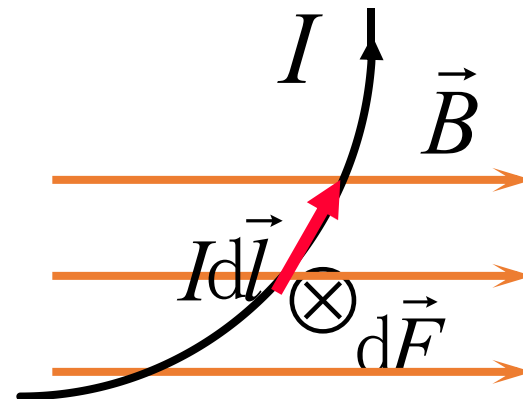
$$R = \frac{m v \sin \theta}{qB}$$



## 四、磁力的计算

### 3 安培定律:

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$



均匀磁场中曲线电流受的安培力。（以直代曲）

$$F = IB L_{\perp} = ILB \sin \theta$$

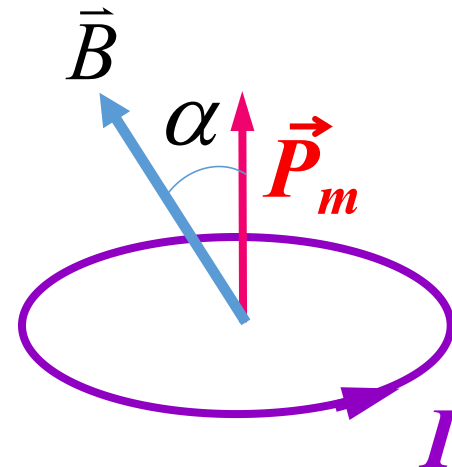
非均匀磁场中电流受的安培力

$$\vec{F} = \int_l I d\vec{l} \times \vec{B}$$

载流线圈在磁场中受到的力矩  $M$

$$\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}$$

$$M = NIS B \cdot \sin \alpha$$



3. 磁力、磁力矩的功

$$A = I \Delta \Phi_m$$

## 四、磁场能量

$$W_m = \frac{B^2}{2\mu}$$

$$W = \int \frac{B^2}{2\mu} dV$$

# 真空中的静电场与稳恒磁场的比较

| 场的产生 | 静电场<br>静止电荷激发                                                           | 稳恒磁场<br>运动电荷激发                                  |
|------|-------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| 场的定义 | $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$                                         | $B = F / q v \sin \theta$                       |
| 场的性质 | 高斯定理                                                                    | 高斯定理                                            |
|      | $\phi = \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum q}{\varepsilon_0}$ | $\phi_m = \oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$  |
|      | 环路定理                                                                    | 环路定理                                            |
|      | $\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$                                    | $\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I$ |

## 静电场

## 稳恒磁场

### 几种场的分布

#### 点电荷

$$\vec{E} = \frac{q \hat{r}}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

#### 电荷元

$$d\vec{E} = \frac{dq \hat{r}}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

#### 无限长直线电荷

$$E_{\text{外}} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

#### 无限大平面电荷

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

#### 运动电荷

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$$

#### 电流元

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q \vec{v} \times \vec{r}}{r^3}$$

#### 无限长直线电流

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

#### 无限大平面电流

$$B = \mu_0 j / 2$$

静电场

稳恒磁场

电荷元受力

电流元受力

$$d\vec{F} = \vec{E}dq$$

$$d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$$

场的能量密度

$$w_e = \frac{1}{2} \epsilon E^2$$

$$w_m = \frac{B^2}{2\mu}$$